Intervalo abierto y cerrado

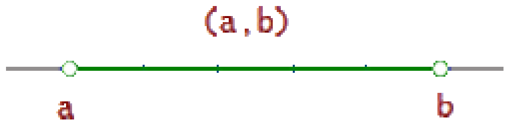
Definición de intervalo

Se llama **intervalo** al c**onjunto de números reales** comprendidos entre otros dos dados: **a y b** que se llaman **extremos del intervalo**.

Intervalo abierto

Intervalo abierto, **(a, b)**, es el **conjunto de todos los números reales mayores que a y menores que b**.

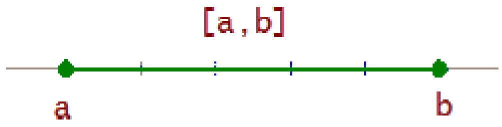
(a, b) = {x $\in \mathbb{R}$ / a < x < b}



Intervalo cerrado

Intervalo cerrado, **[a, b]**, es el **conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores o iguales que b**.

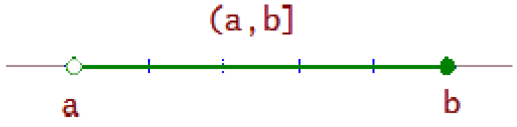
[a, b] = {x $\in \mathbb{R}$ / a ≤ x ≤ b}



Intervalo semiabierto por la izquierda

Intervalo semiabierto por la izquierda, **(a, b]**, es el **conjunto de todos los números reales mayores que a y menores o iguales que b**.

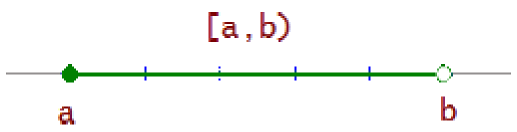
(a, b] = {x $\in \mathbb{R}$ / a < x ≤ b}



Intervalo semiabierto por la derecha

Intervalo semiabierto por la derecha, **[a, b)**, es el **conjunto de todos los números reales mayores o iguales que a y menores que b**.

$[a, b) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < b\}$



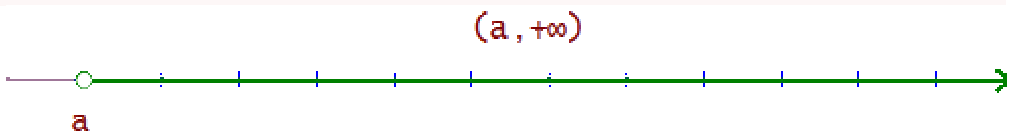
Cuando queremos nombrar un conjunto de puntos formado por dos o más de estos intervalos, se utiliza el signo $\cup$(**unión**) entre ellos.

Semirrectas

Las **semirrectas** están determinadas por un número. En una **semirrecta** se encuentran todos los números mayores (o menores) que él.

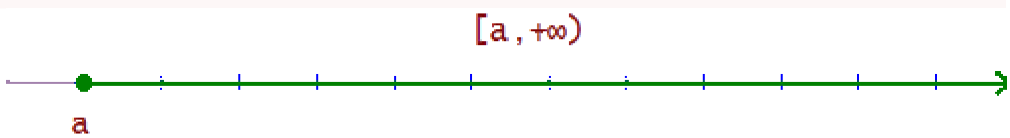
$x > a$

$(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / a < x < +\infty\}$



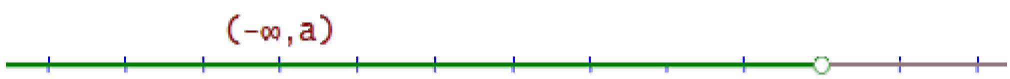
$x \geq a$

$[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} / a \leq x < +\infty\}$



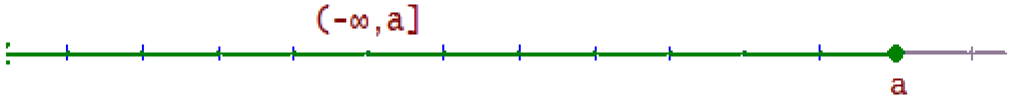
$x < a$

$(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x < a\}$



$x \leq a$

$(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} / -\infty < x \leq a\}$

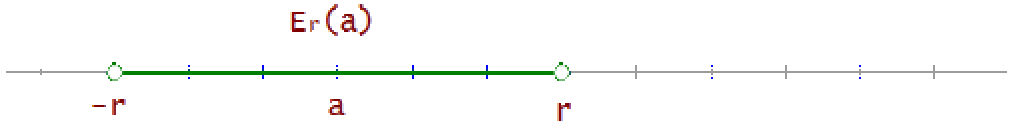


Entornos

Definición de entorno

Se llama **entorno de centro a y radio r**, y se denota por **$E_r(a)$** o **E(a,r)**, al **intervalo abierto (a-r, a+r).**

$E_r(a) = (a-r, a+r)$



Los **entornos** se expresan con ayuda del **valor absoluto**.

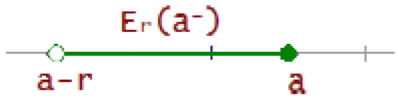
$E_r(0) = (-r, r)$ se expresa también **$|x|<0$**, o bien, **$-r < x < r$**.

$E_r(a) = (a-r, a+r)$ se expresa también **$|x-a|<0$**, o bien, a **$-r < x < a+r$**.

Entornos laterales

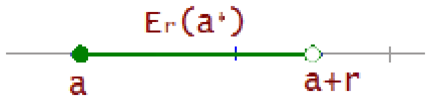
Por la izquierda

$E_r(a^-) = (a-r, a)$



Por la derecha

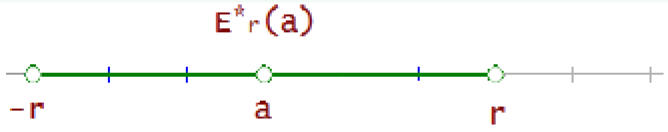
$E_r(a^+) = (a, a+r)$



Entorno reducido

Se emplea cuando se quiere saber qué pasa en las proximidades del punto, sin que interese lo que ocurre en dicho punto.

$$E_r^*(a) = \{ x \in (a-r, a+r), x \neq a \}$$



Valor absoluto de un número real

Valor absoluto de un número real **a**, se escribe **|a|**, es el **mismo número** a cuando es **positivo o cero**, y **opuesto** de a, si a es **negativo**.

$$|a| = \begin{cases} -a & \text{si } a < 0 \\ a & \text{si } a \geq 0 \end{cases}$$

$|5| = 5$ $|-5| = 5$ $|0| = 0$

$|x| = 2$ $x = -2$ $x = 2$

$|x| < 2$ $-2 < x < 2$ $x \in (-2, 2)$

$|x| > 2$ $x < 2$ ó $x > 2$ $(-\infty, 2) \cup (2, +\infty)$

$|x - 2| < 5$ $-5 < x - 2 < 5$

$-5 + 2 < x < 5 + 2$ $-3 < x < 7$

Propiedades del valor absoluto

1 Los **números opuestos** tienen **igual valor absoluto**.

$|a| = |-a|$

$|5| = |-5| = 5$

2 El **valor absoluto de un producto** es igual al **producto de los valores absolutos** de los factores.

$|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$

$$|5 \cdot (-2)| = |5| \cdot |(-2)| \qquad |-10| = |5| \cdot |2| \qquad 10 = 10$$

3 El **valor absoluto de una suma es menor o igual que la suma de los valores absolutos de los sumandos**.

$$|a + b| \leq |a| + |b|$$

$$|5 + (-2)| \leq |5| + |(-2)| \qquad |3| = |5| + |2| \qquad 3 \leq 7$$

Distancia

La **distancia** entre **dos números reales** a y b, que se escribe **d(a, b)**, se define como el **valor absoluto de la diferencia de ambos números**:

$$d(a, b) = |b - a|$$

La **distancia** entre −5 y 4 es:

$$d(-5, 4) = |4 - (-5)| = |4 + 5| = |9|$$